

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BÙI THỊ HUỆ

PHƯƠNG PHÁP CHIỀU VÀ
PHƯƠNG PHÁP CỰC-ĐỐI CỰC

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2018

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

BÙI THỊ HUỆ

**PHƯƠNG PHÁP CHIẾU VÀ
PHƯƠNG PHÁP CỰC-ĐỐI CỰC**

**Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp
Mã số: 8460113**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

**GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
PGS.TS NGUYỄN VIỆT HẢI**

Thái Nguyên - 2018

Danh mục hình

1.1	Phép chiếu từ mặt phẳng lên mặt phẳng	8
1.2	AS, BT, CR đồng quy tại P	9
1.3	Hình minh họa Mệnh đề 1.8	10
1.4	Phép chiếu song song	11
1.5	Phép chiếu nổi $M \rightarrow M'$	15
1.6	Hệ quả 1.2, $PR_0 : \Pi \rightarrow \Pi' \neq \Pi, C \mapsto C', l \mapsto \delta'$	16
1.7	Hệ quả 1.3, $PR_0 : \Pi \rightarrow \Pi' \neq \Pi, C \mapsto C', l \mapsto \delta',$	17
1.8	Minh họa Định lý Desargues	18
1.9	$PR_0 : \Pi \rightarrow \Pi' \neq \Pi, C \mapsto C', I = AC \cap BD \mapsto I'$	21
1.10	Hình thoi ngoại tiếp	22
1.11	Hai bài toán tương tự	25
1.12	Cắt nhau; tiếp xúc; đồng tâm	28
2.1	Dựng đường đối cực	30
2.2	ED, GH, BC đồng quy	31
2.3	N, A, N' thẳng hàng	32
2.4	Quỹ tích $N = A'B \cap AB'$	33
2.5	Điểm H cố định	34
2.6	$IM \perp BC$	35
2.7	$(AHCD) = -1$	36
2.8	A liên hợp với B qua (O, R)	37
2.9	Dựng đường đối cực của điểm M đối với đường tròn (O, R)	38
2.10	Điểm Gergone và đường thẳng Gergone	40
2.11	$\widehat{BHE} = \widehat{DHF}$	44

2.12	E là trục tâm ΔFOS	45
2.13	Bốn đường thẳng đồng quy	46
2.14	MM_1, NN_1, PP_1 đồng quy hoặc song song	47
2.15	Đường tròn cơ sở là (O)	49
2.16	Điểm C thuộc đường đối cực của A	50
2.17	Dựng hình nhờ cực-đối cực	52
2.18	Trường hợp 1	53
2.19	Trường hợp 2	54
2.20	D thuộc tiếp tuyến chung của $(O_1), (O_2)$	55
2.21	CD đi qua một điểm cố định	56
2.22	$MN \perp OH$	57
2.23	\widehat{RIS} là góc nhọn	58

Mục lục

Lời cảm ơn	v
Mở đầu	1
1 Phương pháp chiếu và ứng dụng	4
1.1 Phép chiếu từ đường thẳng lên đường thẳng	4
1.1.1 Phép chiếu xuyên tâm và tỷ số đơn	4
1.1.2 Tỷ số kép, hàng điểm điều hòa	5
1.2 Phép chiếu từ mặt phẳng lên mặt phẳng	7
1.2.1 Các tính chất của phép chiếu PR_O	8
1.2.2 Phép chiếu song song từ mặt phẳng lên mặt phẳng 11	
1.3 Biến đổi chiếu của đường thẳng, của đường tròn và của mặt phẳng	13
1.4 Phép chiếu nổi trong không gian	14
1.5 Ứng dụng của phép chiếu trong giải toán	17
1.5.1 Phương pháp chiếu với đường thẳng kỳ dị . . .	17
1.5.2 Phương pháp chiếu trong bài toán chứng minh .	20
1.5.3 Phương pháp chiếu trong bài toán dựng hình .	24
2 Phương pháp cực-đối cực	29
2.1 Cực-đối cực đối với cặp đường thẳng	29
2.1.1 Định nghĩa và tính chất	29
2.1.2 Các ứng dụng	31
2.2 Cực-đối cực đối với đường tròn	35
2.2.1 Định nghĩa và các tính chất	36

2.2.2	Đường tròn cơ sở là đường tròn nội tiếp	39
2.2.3	Đường tròn cơ sở là đường tròn ngoại tiếp . . .	44
2.2.4	Tạo đường tròn cơ sở	47
2.3	Một số bài toán nâng cao	52
Tài liệu tham khảo		62

Lời cảm ơn

Để hoàn thành được luận văn thạc sĩ một cách hoàn chỉnh, bên cạnh sự nỗ lực cố gắng của bản thân còn có sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của quý thầy cô, cùng sự ủng hộ động viên của gia đình, nhà trường và bạn bè trong quá trình học tập và nghiên cứu luận văn.

Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến Thầy PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, Giảng viên cao cấp Trường Đại học Hải Phòng, người đã hướng dẫn, nhiệt tình giúp đỡ và tạo mọi điều kiện tốt nhất cho tôi hoàn thành luận văn này. Xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin chân thành cảm ơn ban lãnh đạo phòng Đào tạo, quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K10B (2016 - 2018) Trường Đại học Khoa Học - Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, ban giám hiệu cùng các đồng chí tổ Toán trường THPT Lý Thường Kiệt, Thủy Nguyên, Hải Phòng, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn. Xin trân trọng cảm ơn!

Hải Phòng, tháng 4 năm 2018
Người viết luận văn

Bùi Thị Huệ

Mở đầu

1. Mục đích của đề tài luận văn

Tỷ số kép, hàng điểm điều hòa là những bất biến quan trọng của hình học. Những ứng dụng của phép chiếu, của khái niệm cực-đối cực rất phong phú trong hình học xạ ảnh cũng như hình học Euclid mặc dù hiện nay các sách giáo khoa về hình học chưa có điều kiện khai thác và vận dụng được nhiều. Với ý định muốn phát triển các khái niệm này thành các phương pháp ứng dụng có hiệu quả trong giải toán hình học phẳng, tôi đặt vấn đề tìm hiểu đề tài "Phương pháp chiếu và phương pháp cực-đối cực" làm luận văn của mình. Mục đích của đề tài là:

- Nhắc lại và bổ sung về phép chiếu xuyên tâm và chiếu song song trong mặt phẳng và trong không gian. Các ứng dụng của phép chiếu trong giải toán hình học phẳng: các dạng toán chứng minh, dựng hình, tìm quỹ tích. Đặc biệt, ứng dụng giải các bài toán dựng hình bằng dụng cụ hạn chế, loại toán khó, ít có tài liệu đề cập đến.

- Trình bày cơ sở toán học của phương pháp cực-đối cực, một phương pháp giải toán hiệu quả, hay gặp trong các kỳ thi học sinh giỏi. Khái niệm cực-đối cực không chỉ đối với đường tròn mà còn xét các trường hợp cực-đối cực đối với cặp đường thẳng, cực-đối cực đối với tam giác,...

- Hai phương pháp giải toán nói trên đều dựa vào khái niệm tỷ số kép, một bất biến quan trọng của hình học xạ ảnh. Qua đây cũng có thể giới thiệu cách áp dụng Toán cao cấp vào hình học sơ cấp.

2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Xuất phát từ khái niệm phép chiếu từ mặt phẳng lên mặt phẳng, luận văn trình bày các tính chất cơ bản của phép chiếu (xuyên tâm và song song), sau đó xét đến phép chiếu từ đường thẳng lên đường thẳng, đường tròn lên đường tròn,... Từ một số tính chất, định lý cơ bản xây dựng phương pháp cực-đối cực đối với cặp đường thẳng và cực-đối cực đối với đường tròn. Ứng dụng các phương pháp chiếu và phương pháp cực-đối cực vào việc giải các bài toán của hình học phẳng. Trong các ví dụ minh họa luận văn có xét đến các bài toán dành cho học sinh giỏi quốc gia và quốc tế với cách giải sử dụng hai phương pháp đang xét (khác với các cách giải đã có). Nội dung của luận văn chia làm 3 chương.

Chương 1. Phương pháp chiếu và ứng dụng

Nội dung chương 1 trình bày phép chiếu xuyên tâm (bao gồm cả chiếu song song) từ mặt phẳng lên mặt phẳng, từ đường thẳng lên đường thẳng, từ đường tròn lên đường tròn cùng các tính chất của chúng. *Phép biến đổi chiếu*, thực chất là một biến đổi xạ ảnh, được định nghĩa một cách sơ cấp thông qua tích các phép chiếu. Sau đó luận văn chứng minh các tính chất hay được sử dụng của phép biến đổi chiếu, hình thành một phương pháp giải toán hình học nhờ vào kỹ thuật chọn phép chiếu thích hợp. Một loạt các ví dụ về các loại toán chứng minh (tính đồng quy, thẳng hàng), các bài toán dựng hình, tìm quỹ tích ... được minh họa cho phương pháp này. Nội dung của chương gồm các mục:

- 1.1. Phép chiếu từ đường thẳng lên đường thẳng
- 1.2. Phép chiếu từ mặt phẳng lên mặt phẳng
- 1.3. Biến đổi chiếu của đường thẳng, của đường tròn và của mặt phẳng
- 1.4. Phép chiếu nổi trong không gian

1.5. Ứng dụng của phép chiếu trong giải toán

Chương 2. Phương pháp cực-đối cực và ứng dụng

Khái niệm cực liên quan đến tỷ số kép của bốn điểm, một bất biến quan trọng của phép chiếu. Nội dung cơ bản của phương pháp này là cách lựa chọn điểm là cực đối với cặp đường thẳng hay là cực đối với đường tròn, từ đó áp dụng các tính chất cực-đối cực để giải toán. Các loại toán thường gặp ở đây khá phong phú: Chứng minh đồng quy, thẳng hàng, đường tròn trực giao, các bài toán về đường tròn. Cách áp dụng cực-đối cực thích hợp sẽ cho ta lời giải độc đáo, bất ngờ.

2.1. Cực-đối cực qua một cặp đường thẳng

2.2. Cực-đối cực qua một đường tròn

2.3. Ứng dụng phương pháp cực-đối cực để giải toán

Tác giả